

Prostorový ohyb – šikmý ohyb

Definice

Šikmý nebo prostorový ohyb jsou způsobeny ohybovými momenty M_y a M_z působícími na průřez nosníku.

Až na výjimky jsou doprovázeny posouvajícími silami V_z a V_y .

Momenty M_y a posouvající síly V_z jsou způsobeny zatížením v rovině xz , kde x je osa prutu a z je totožná s jednou z hlavních os setrvačnosti průřezu – ne vždy se jedná o svislou osu.

Momenty M_z a posouvající síly V_y jsou způsobeny zatížením v rovině xy , kde osa z je totožná se zbývajícím z hlavních os setrvačnosti průřezu – ne vždy se jedná o vodorovnou osu.

Je-li poměr zatížení v rovinách xz a xy stejný po celé délce prutu, bude stejný poměr i mezi silami V_z a V_y a mezi M_y a M_z . V tomto případě je průhybová čára rovinnou křivkou a jedná se o šikmý ohyb. V opačném případě je průhybová čára prostorovou křivkou a jedná se o prostorový ohyb.

Výpočet napětí

Normálová napětí se získají jako součet napětí od působení jednotlivých momentů M_y a M_z .

$$\sigma_x = \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z}$$

kde

I_y, I_z ... momenty setrvačnosti průřezu

y, z ... souřadnice bodu v průřezu

M_y, M_z ... ohybové momenty

Neutrální osa

Neutrální osa je osa procházející průřezem, na které je normálové napětí $\sigma_x = 0$. Po dosazení $y = 0$ a $z = 0$ se dostane nulové normálové napětí. Neutrální osa tedy prochází těžištěm průřezu.

Rovnice neutrální osy je rovnice přímky, která se získá, když se dosadí za normálové napětí nula

$$\frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} = 0$$

Sklon osy (měřeno od osy y proti směru hodinových ručiček) se obdrží, pokud se dájí do poměru souřadnice z a y .

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{z}{y} = \frac{M_z I_y}{M_y I_z}$$

Největší napětí (v absolutní hodnotě) se nachází v nejvzdálenějším bodě průřezu od neutrální osy.

Hledání extrémů normálového napětí

V případě šikmého ohybu extrémní normálová napětí jsou v průřezu s maximálními momenty M_y a M_z . V případě průřezu, který není dvojose symetrický a hledá se extrém pro tah i tlak zvlášť, je třeba posoudit průřezy s největšími kladnými a zápornými momenty v obou rovinách xz a xy .

V případě prostorového ohybu je třeba posoudit v každém úseku, kde jsou křivky momentů hladké, průřezy s extrémními momenty M_y a M_z .

Mimostředný tah a tlak, jádro průřezu

Při mimostředném tahu a tlaku je průřez namáhán normálovou silou N a ohybovými momenty M_y a M_z . Jiným vyjádřením stejného problému je normálová síla, jejíž působíště je vůči těžišti umístěno na excentricitách e_z a e_y .

Kladná normálová síla na kladných excentricitách způsobuje momenty

$$M_y = N e_z$$

$$M_z = -N e_y$$

Normálové napětí je součtem napětí od jednotlivých vnitřních sil

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z}$$

Po dosazení za momenty dostaneme

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{N e_z z}{I_y} + \frac{N e_y y}{I_z}$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{A e_z z}{I_y} + \frac{A e_y y}{I_z} \right)$$

využitím vztahu pro poloměr setrvačnosti $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ dostaneme

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{e_z z}{i_y^2} + \frac{e_y y}{i_z^2} \right)$$

Pro rovnici neutrální osy platí $\sigma_x = 0$. Musí tedy být roven nule výraz v závorce.

Rovnice neutrální osy v průřezu je následující rovnice přímky

$$1 + \frac{e_z z}{i_y^2} + \frac{e_y y}{i_z^2} = 0$$

Její průsečík s osou y získáme, dosadíme-li za z -ovou souřadnici nulu.

$$y_N = -\frac{i_z^2}{e_y}$$

Obdobným způsobem získáme průsečík s osou z

$$z_N = -\frac{i_y^2}{e_z}$$

Úlohu můžeme také obrátit, tzn., že k neutrální ose dané průsečíky se souřadnými osami, hledáme působíště normálové síly

$$e_y = -\frac{i_z^2}{y_N} \quad e_z = -\frac{i_y^2}{z_N}$$

Neutrální osa rozděljuje průřez na tlačenu a taženou část. Pokud jde neutrální osa mimo průřez, celý průřez je tažený nebo tlačný. Mezním stavem mezi těmito dvěma případy je neutrální osa dotýkající se průřezu. Pokud budeme klást neutrální osu do hran průřezu, tak aby neprocházela průřezem, působíště odpovídající těmto neutrálním osám vymezi tzv. jádro průřezu. Úsečka spojující získané body odpovídají otáčení neutrální osy kolem jádra průřezu. Pokud by normálová síla působila uvnitř jádra průřezu, celý průřez by byl tlačěn nebo tažen.

Body ohraničující jádro průřezu jsou excentricity působíště síly pro jednotlivé hraniční polohy neutrální osy:

$$y_j = -\frac{i_z^2}{y_{Nj}} \quad z_j = -\frac{i_y^2}{z_{Nj}}$$

Pokud je ve jmenovateli ∞ , tzn. neutrální osa je rovnoběžná se souřadnou osou, pak příslušná souřadnice jádra je rovna nule.